

2020-2021 ÖĞRETİM YILI BAHAR YARIYILI

OLASILIK VE İSTATİSTİK DERSİ ARASINAV SORULARI VE CEVAPLARI

SORU 1.

Bir avcının günde vurduğu ortalama keklik sayısını gösteren X rasgele değişkeninin olasılık fonksiyonu aşağıdaki biçimde olsun.

$$P(X = x) = \begin{cases} \frac{1}{100}x & ; x = 1, 2, \dots, 10 \\ \frac{1}{100}(20 - x) & ; x = 11, 12, \dots, 20 \end{cases}$$

Avcının, günde **6 ile 18 arası (6 ve 18 dahil) keklik vurma** olasılığı kaçtır?

Çözüm.

$$P(6 \leq X \leq 18) = \sum_{x=6}^{10} \frac{1}{100}x + \sum_{x=11}^{18} \frac{1}{100}(20 - x) = \frac{1}{100}(6 + 7 + 8 + 9 + 10)$$

$$+ \frac{1}{100}[(20 - 11) + (20 - 12) + \dots + (20 - 18)] = \frac{40}{100} + \frac{44}{100} = \frac{84}{100} = 0.84$$

SORU 2.

İki fabrikada aynı ürün üretilmektedir. Birinci fabrikanın ürettiği ürünün bozuk olması olasılığı 0.1 ve ikinci fabrikanın ürettiği ürünün bozuk olması olasılığı 0.3 olsun. Birinci fabrikadan 7 ve ikinci fabrikadan 3 ürün alınsın. Bu 10 üründen rasgele bir ürün seçilsin ve bozuk olduğu görülsün. Bu ürünün, **ikinci** fabrikaya ait olması olasılığını bulunuz.

Çözüm.

A : Seçilen ürünün bozuk olması

B_1 : Seçilen ürünün birinci fabrikaya ait olması

B_2 : Seçilen ürünün ikinci fabrikaya ait olması

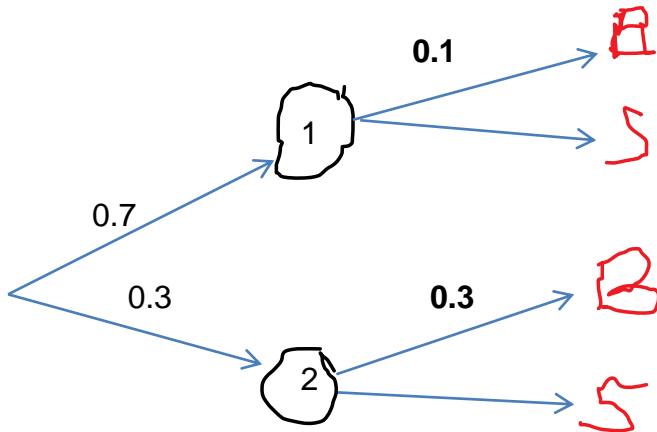
olaylarını tanımlayabiliriz. İstenen olasılık; $P(B_2 / A)$ dir.

$$P(B_1) = \frac{7}{10} = 0.7 \quad , \quad P(B_2) = \frac{3}{10} = 0.3 \quad , \quad P(A / B_1) = 0.1 \quad , \quad P(A / B_2) = 0.3$$

soruda verilmiş.

Bayes teoreminden,

$$P(B_2 / A) = \frac{P(B_2)P(A / B_2)}{P(B_1)P(A / B_1) + P(B_2)P(A / B_2)} = \frac{(0.3)(0.3)}{(0.7)(0.1) + (0.3)(0.3)} = \frac{9}{16} = 0.5625$$



SORU 3.

$\{1, 2, 3, \dots, 17\}$ kümesinden iadesiz olarak iki sayı rasgele çekiliyor. Bunların toplamının 11 'den farklı olma olasılığı kaçtır?

Çözüm. Çekilen sayılar x ve y olsun. Bunların toplamının 11 olması olayı,

$$A = \{(x, y) ; x + y = 11 , x, y \in \{1, 2, 3, \dots, 17\}\}$$

$$A = \left\{ \begin{array}{l} (1, 10), (2, 9), (3, 8), (4, 7), (5, 6), \\ (10, 1), (9, 2), (8, 3), (7, 4), (6, 5) \end{array} \right\} \text{ ve bunun olasılığı}$$

$$P(A) = \frac{10}{\binom{17}{2}} = \frac{10}{136} = 0.073 \text{ bulunur.}$$

Toplamının 11 'den farklı olma olasılığı; $1 - 0.073 = 0.927$ dir.

SORU 4.

A, B, C, gibi 12 nokta aynı düzlemde, herhangi üçü bir doğru üzerinde bulunmayacak şekilde verilmiştir. Oluşturulabilecek üçgenlerden kaç tanesinin bir köşesi A noktasındadır?

Çözüm. 3 nokta bir üçgen oluşturduğundan, 12 noktadan $\binom{12}{3} = 220$ tane üçgen oluşturulur.

Bir köşesi A noktasında *bulunmayan* üçgen sayısı $\binom{11}{3} = 165$ tanedir.

Toplam üçgen sayısı 220 tane idi.

$220 - 165 = 55$ tane üçgenin bir köşesi A noktasındadır.

SORU 5.

Bir atıcı, bir hedefe atış yapmaktadır. Atıcının yaptığı her beş atıştan üçünü hedefe isabet ettirdiği bilinmektedir. Atıcının ilk kez üçüncü atışta hedefi vurma olasılığını bulunuz.

Çözüm.

Hedefe isabet ettirme olasılığı $3/5$ tir.

İsabet ettirmeme olasılığı $2/5$ olur.

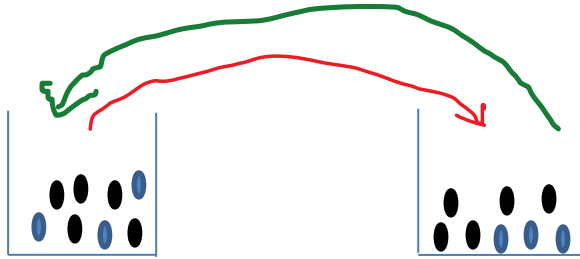
İlk kez üçüncü atışta hedefi vurma; İSABETSİZ İSABETSİZ İSABETLİ biçiminde olur. O halde,

$$(2/5)(2/5)(3/5) = 12/125 = 0.096$$

SORU 6.

Birinci kavanozda 3 mavi 5 siyah top, ikinci kavanozda da 3 mavi 5 siyah top vardır. Birinci kavanozdan bir top çekilip ikinci kavanoza atılıyor. Sonra ikinci kavanozdan bir top çekilip birinci kavanoza atılıyor. Renk bakımından aynı duruma dönülmesi olasılığını bulunuz.

Çözüm.



A : İlk çekilen ile son çekilen topun aynı renk olması

dersek, başlangıçtaki renk durumuna dönmek için

ilk top mavi ikinci top mavi veya ilk top siyah ikinci top siyah olmalıdır.

$$P(A) = \frac{3}{8} \frac{4}{9} + \frac{5}{8} \frac{6}{9} = \frac{42}{72} = 0.583$$

SORU 7.

Sürekli olan X rasgele değişkeni ile ilgili $E(X) = 1$ ve $E(X^2) = 2$ değerleri hesaplanmıştır.

$Y = 4X - 1$ olarak tanımlanan Y rasgele değişkeninin varyansı kaç olur?

Çözüm.

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = 2 - [1]^2 = 1$$

$$V(Y) = V(4X - 1) = 16V(X) = 16(1) = 16$$

SORU 8.

Ahmet(A) ve Orhan(O) masa tenisi oynuyorlar. Üst üste 2 seti veya toplamda 3 seti aynı oyuncu kazandığında maçı da kazanmış oluyor.

Maçın kazanılma durumlarının, mümkün sonuçlar kümesini yazınız.

Çözüm.

$$S = \left\{ \begin{array}{l} AA, AOO, AOAA, AOAOA, OAOAO, \\ OO, OAA, OAOO, OAOAO, OAOAA \end{array} \right\}$$

SORU 9.

$Z = \{G, O, L, F\}$ kümesinin kuvvet kümesini yazınız.

Çözüm.

Kuvvet kümesindeki eleman sayısı, $2^n = 2^4 = 16$ dir.

$$\sigma(A) = P(A) = \{G, O, L, F, GO, GL, GF, OL, OF, LF, GOL, GOF, GLF, OLF, GOLF, \emptyset\}$$

SORU 10.

A ve B olayları hem ayırık hem de bağımsız olaylar olsun. Bu olaylar hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Çözüm. İki olayın hem bağımsız hem de ayırık olması için, olaylardan herhangi birinin imkansız olay olması gerekir.